Emmission thermoionique

1 a $E = \frac{p^2}{2m}$

b il faut $E > V \Leftrightarrow |p| > \sqrt{2mV}$

Pour sortir du côté droit $x = L$, il faut

$v > 0 \Leftrightarrow p = mv > 0$ donc $p > \sqrt{2mV}$

c une fois libéré son énergie est

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + V$$

$$\Leftrightarrow \quad v = \left(\frac{2(E - V)}{m} \right)^{1/2}$$

2 a $N(E) = \dfrac{1}{1 + e^{\left(\frac{E-\mu}{kT}\right)}}$

b pour un electron susceptible de s'extraire,

on a $E > V$. On a supposé $V - \mu \gg kT$,

donc $E - \mu > V - \mu \gg kT$,

donc $\dfrac{E-\mu}{kT} \gg 1$ donc

$$N(E) \approx e^{-\left(\frac{E-\mu}{kT}\right)}$$

③ ⓐ Pour sortir par le côté droit, on a vu

qu'il faut $p > \sqrt{2mV}$, et comme $p = m \underset{\substack{\uparrow \\ \text{vitesse}}}{v}$,

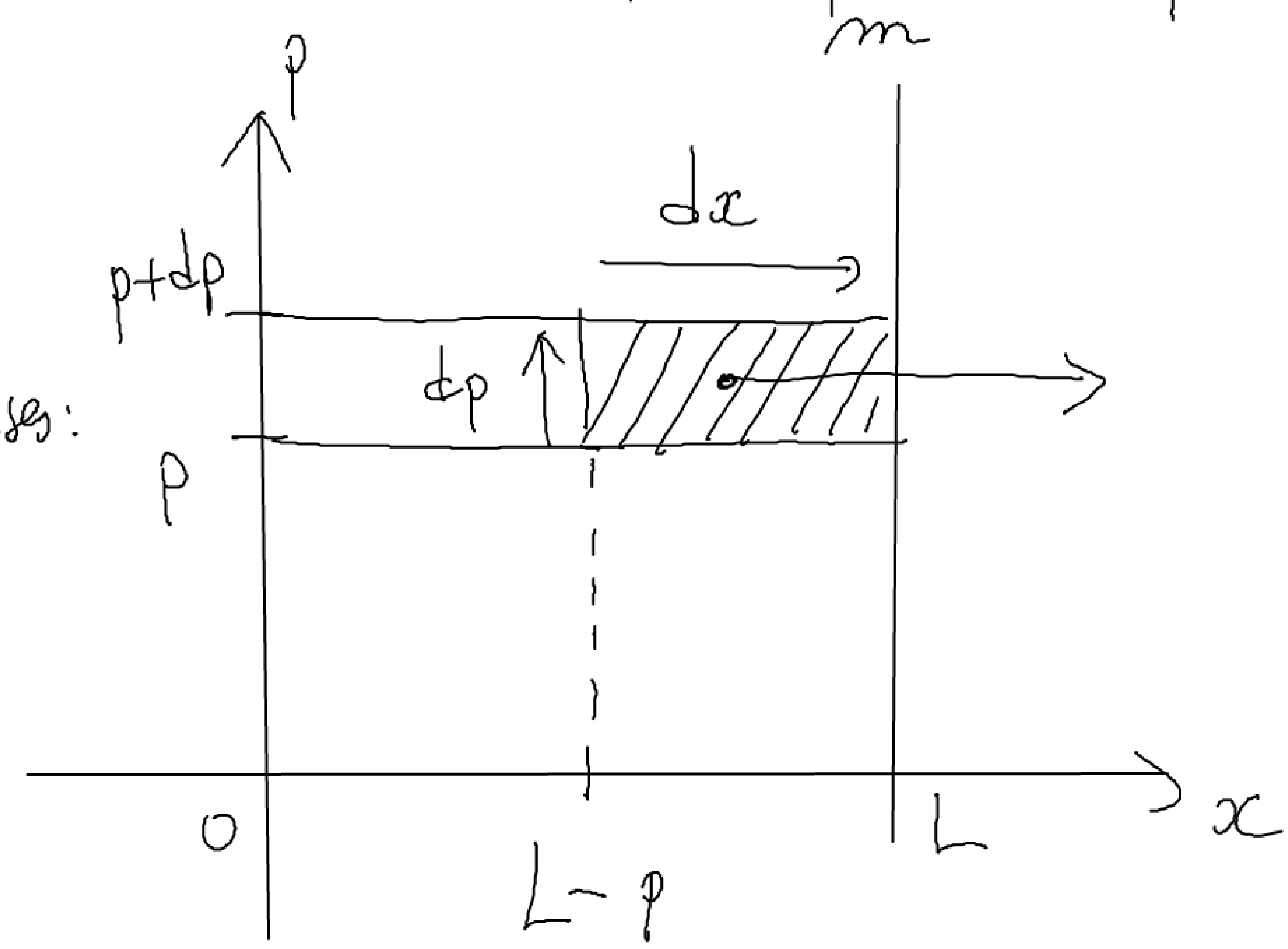
la trajectoire $x(dt) = x(0) + v\,dt > L$: sort

$$\Longleftrightarrow \quad x(0) > L - \underbrace{v\,dt}_{dx} = L - \left(\frac{p\,dt}{m}\right)$$

Le domaine dans l'espace des phases est le rectangle

de surface $dS = dx\,dp = \frac{p\,dt}{m}\,dp$

espace des phases:



(b) D'après la loi de Weyl pour un électron à 1 dim

$$dn = \frac{2 \times dS}{(2\pi\hbar)} = 2\times\frac{p\, dt\, dp}{2\pi\hbar} = \frac{p\, dt\, dp}{\pi\hbar}$$

à cause du spin $\pm\frac{1}{2}$

(c) En utilisant la distribution de Fermi,

on déduit que le nombre moyen d'électrons est

$$dN(p) = \underbrace{\left(\frac{dN}{dn}\right)}_{N(E)} dn = e^{-\left(\frac{E-\mu}{kT}\right)} \frac{p\, dt\, dp}{\pi\hbar}$$

question 2

(d) Le courant est le nombre d'électrons qui s'échappent par seconde fois la charge d'un électron :

$$I = \frac{e}{dt} \int_{p=\sqrt{2mV}}^{\infty} dN(p) = e \int_{p=\sqrt{2mV}}^{\infty} e^{-\left(\frac{E-\mu}{kT}\right)} \frac{p\,dp}{(\pi\hbar)}$$

question précédente

où $E = \dfrac{p^2}{2m}$

$$I = \frac{e}{\pi\hbar}\, e^{\frac{\mu}{kT}} \int_{\sqrt{2mV}}^{\infty} e^{-\alpha p^2}\, p\,dp \ , \quad \alpha = \frac{1}{2mkT}$$

$$= \frac{e}{\pi\hbar}\, e^{\frac{\mu}{kT}} \frac{1}{(-2\alpha)} \left[e^{-\alpha p^2} \right]_{\sqrt{2mV}}^{\infty}$$

$$= \frac{e}{\pi\hbar}\, e^{\frac{\mu}{kT}}\, mkT\, e^{-\frac{2mV}{2mkT}}$$

$$I = \frac{mke}{\pi\hbar}\, T\, e^{\frac{\mu - V}{kT}} = A T e^{-\frac{B}{kT}}$$

avec $A = \dfrac{mke}{\pi\hbar}$, $B = V - \mu$

(4) Les electrons susceptibles de sortir en $x = L$

sont ceux de vitesse $v > 0 \Leftrightarrow p = mv > 0$

et d'énergie $E > V \Leftrightarrow p > \sqrt{2mV}$